Propagation d’un signal

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :
    - le ***milieu*** de propagation
    - la gamme de fréquences pertinentes

Définition : Signal
Un ***signal*** est la variation temporelle et/ou spatiale d’une ou de plusieurs grandeurs physiques.

Signaux acoustiques

Définition : Signal acoustique
Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

Signaux électriques

Qu’est-ce qu’un signal ADSL, téléphone filaire ?

Définition : Signal électrique
Un signal électrique correspond à la variation conjointe de la tension et de l’intensité du courant dans un circuit

Ordres de grandeur

mécanique	sismique	1 Hz→100 Hz	
	gravitationnelle	10 Hz → 400 Hz	LIGO2015
	acoustique (audible)	20 Hz→20 kHz	
électromagnétique	hertzien	$1\cdot10^{4}$ Hz → $1\cdot10^{11}$ Hz	antennes télécom, µ-ondes
	infrarouge	$1\cdot10^{12}$ Hz → $1\cdot10^{13}$ Hz	chauffage, laser, observation nocture
	visible	$1\cdot10^{14}$ Hz	
	ultraviolet	$1\cdot10^{15}$ Hz → $1\cdot10^{17}$ Hz	analyse chimique
	X	$1\cdot10^{17}$ Hz → $1\cdot10^{21}$ Hz	radiothérapie, imagerie médicale et industrielle
	γ	$1\cdot10^{21}$ Hz → …	physique nucléaire, radioactivité, gammascopie, radiothérapie
électrique	basse fréquence	→ $1\cdot10^{6}$ Hz	en TP
	haute fréquence :	→ $1\cdot10^{11}$ Hz	pour l’émission/réception des ondes hertziennes

Onde mécanique progressive

Définition : Onde mécanique progressive
Une onde mécanique progressive est une perturbation d’un milieu ***matériel*** s’y propageant ***sans déplacement global de matière***

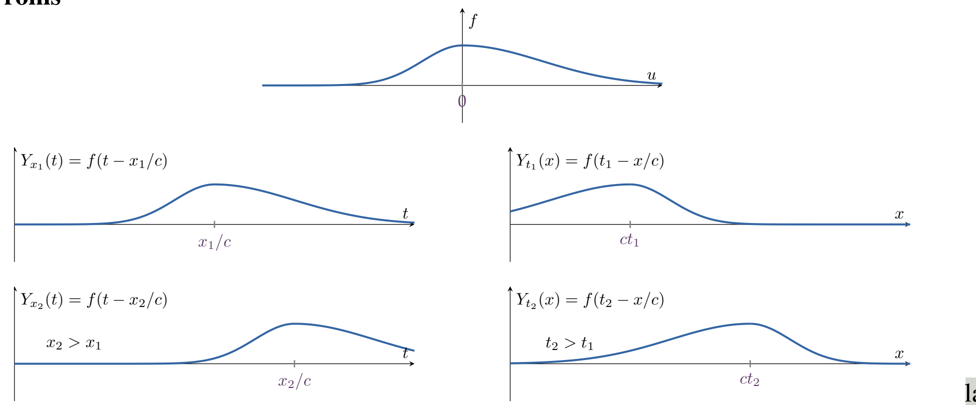
Variations spatiale et temporelle

Définition : Célérité d’une onde et sens de propagation
Une onde se propage à la ***célérité*** c si les évolutions temporelles des perturbations notées y_A et y_B en deux points A et B points vérifient :

$$y_B(t) = y_A\left(t - \frac{AB}{c}\right) \quad \text{ou : } y_A(t) = y_B\left(t - \frac{AB}{c}\right).$$

Le premier (resp. deuxième) cas correspond à une propagation de A vers B (resp. de B vers A).

Profils



la même fonction mathématique d’***1*** variable permet de représenter les variations ***spatiale*** et ***temporelle*** de l’excitation en tout point

Ondes régressives et généralisation

Champ de perturbation d'une onde de célérité c

Le signal associé à une onde se propageant unidimensionnellement dans un milieu linéaire et non dispersif à la célérité c est de la forme

$$f(x-ct) \quad \text{ou} \quad g\left(t-\frac{x}{c}\right)$$

dans le cas d'une onde ***progressive*** se propageant vers les x croissants

ou de la forme

$$f(x+ct) \quad \text{ou} \quad g\left(t+\frac{x}{c}\right)$$

dans le cas d'une onde ***régressive*** se propageant vers les x décroissants.

1. Tracer le profil d'une perturbation y décrite par une fonction $f(u)$
   (a) croissante de $f=0$ à $f=y_0$ de $u=0$ à $u=\tau>0$
   (b) nulle partout ailleurs
2. Déterminer l'expression de $y=\xi(x,t)$ décrivant une onde de célérité c en propagation unidimensionnelle progressive de direction x telle que la perturbation en $x=0$ croît de $y=0$ à $y=y_0$ quand t croît de 0 à τ.
3. En déduire les allures de :
   (a) $\xi(x=0,t)$ et $\xi(x_1,t)$ pour $x_1>0$;
   (b) $\xi(x,t=0)$ et $(\xi(x,t=t_1)$ pour $t_1>\tau$
4. Même question pour une propagation régressive (et $x_1<0$).

Source ponctuelle dans les cas 2D et 3D

Source ponctuelle

La perturbation créée au point M et à l'instant t par une source ponctuelle située au point O se met sous la forme :

$$\xi = a(OM)f(t-\frac{OM}{c}),$$

dans laquelle, même en l'absence de phénomènes dissipatifs, l'amplitude $a(OM)$ décroît avec la distance OM pour les cas 2D et 3D

Double périodicité : périodicité temporelle

Définition : Période

La ***période*** d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x,t :

$$\xi(x,t+T)=\xi(x,t)$$

Double périodicité : périodicité spatiale

Définition : Longueur d'onde

La ***longueur d'onde*** d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous x,t :

$$\xi(x+\lambda,t)=\xi(x,t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi c/\omega = 2\pi/k$.

Déphasage

Définition : Phase d'une onde sinusoïdale

La phase d'une onde sinusoïdale ***en un point*** M ***et à un instant*** t, notée $\Phi(M,t)$ caractérise complètement son évolution.

Le déphasage entre deux points M_1 et M_2 est indépendant du temps, il ne dépend que de la distance les séparant. On a, à 1D, pour une onde progressive selon x :

$$\Phi(M_2)-\Phi(M_1) = \frac{2\pi(x_1-x_2)}{\lambda}.$$

Déphasages remarquables

- M_2 et M_1 ***en phase***

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) \pmod{2\pi} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = p\lambda \Leftrightarrow \xi(M_2,t) = \xi(M_1,t) \forall t$$

- M_2 en quadrature ***avance*** par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) + \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi} \rightarrow x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{4} + p\lambda.$$

  ξ ***maximal*** en M_2 quand il est ***nul*** et ***croissant*** en M_1

- M_2 en quadrature ***retard*** par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) - \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi} \Rightarrow x_1 - x_2 = -\frac{\lambda}{4} + p\lambda.$$

  ξ ***maximal*** en M_2 quand il est ***nul*** et ***décroissant*** en M_1

- M_2 en ***opposition de phase*** par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) + \pi \pmod{2\pi} \Leftrightarrow \xi(M_2,t) = -\xi(M_1,t) \Leftrightarrow x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$$

Signaux non monochromatiques

Définition : Dispersion

La propagation d'une onde dans un milieu est dite ***dispersive*** si la ***vitesse de phase*** $c = \omega/k$ dépend de la pulsation ω. Elle est dite ***non-dispersive*** dans le cas contraire.

Onde plane

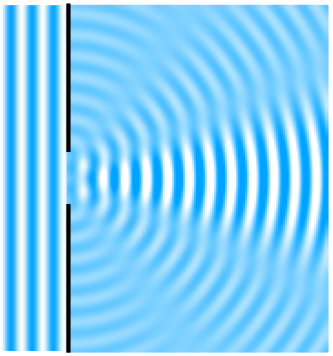
Définition : Front d'onde et onde plane

Un ***front d'onde*** est une surface formée des points où le ***phase*** est la même. Une onde ***plane*** est une onde dont les fronts d'ondes sont contenus dans des plans tous ***perpendiculaires*** à une même droite qui constitue la ***direction de propagation*** de l'onde : ξ= f (t-x/c) (progressive) ξ= f (t+x/c) (régressive)

Extension finie

- modèle de propagation des ondes : chaque point atteint devient une source ponctuelle
- les interférences entre leurs ondes donnent l'onde globale

simulation de l'onde produite par 3 sources sur la fente



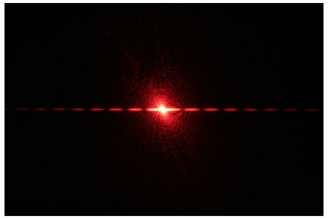
simulation de l'onde produite par 200 sources sur la fente

Définition : Cône de diffraction

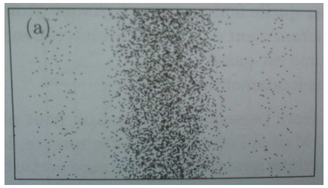
Une onde de ***longueur d'onde*** λ tombant sur une ouverture de ***taille caractéristique*** d dans la direction perpendiculaire à sa propagation est ***diffractée***. Loin en aval de l'ouverture, la perturbation est essentiellement ***concentrée dans un cône de demi angle au sommet*** θ tel que :

$$\sin(\theta) \simeq \frac{\lambda}{d}.$$

Ubiquité



Diffraction de la lumière par une fente

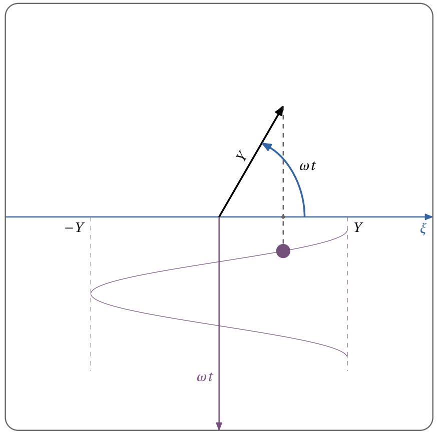


Diffraction d'un faisceau d'atomes par une fente (cf. Mécanique Quantique)

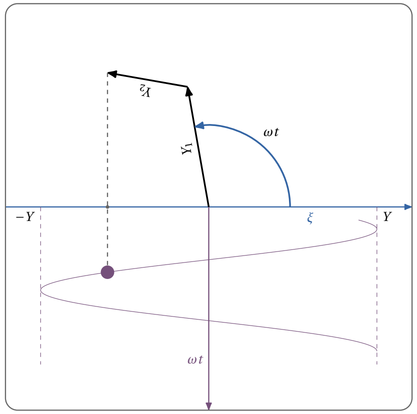
Milieu linéaire

> **Définition : Milieu linéaire et principe de superposition**
> Un milieu est dit ***linéaire*** si la réponse à une combinaison linéaire de signaux est la même combinaison linéaires des réponses à chaque signal pris séparément. Il obéit au ***principe de superposition***.

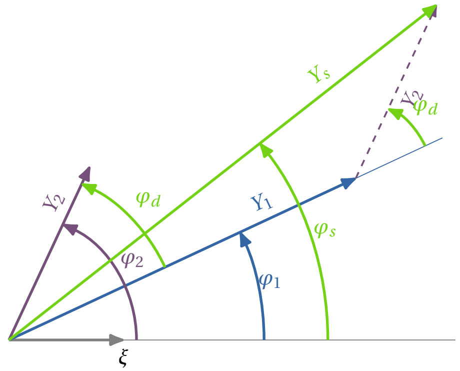
Représentation de Fresnel : principe



Représentation de Fresnel : Utilisation



Détermination graphique



Conditions d'interférences

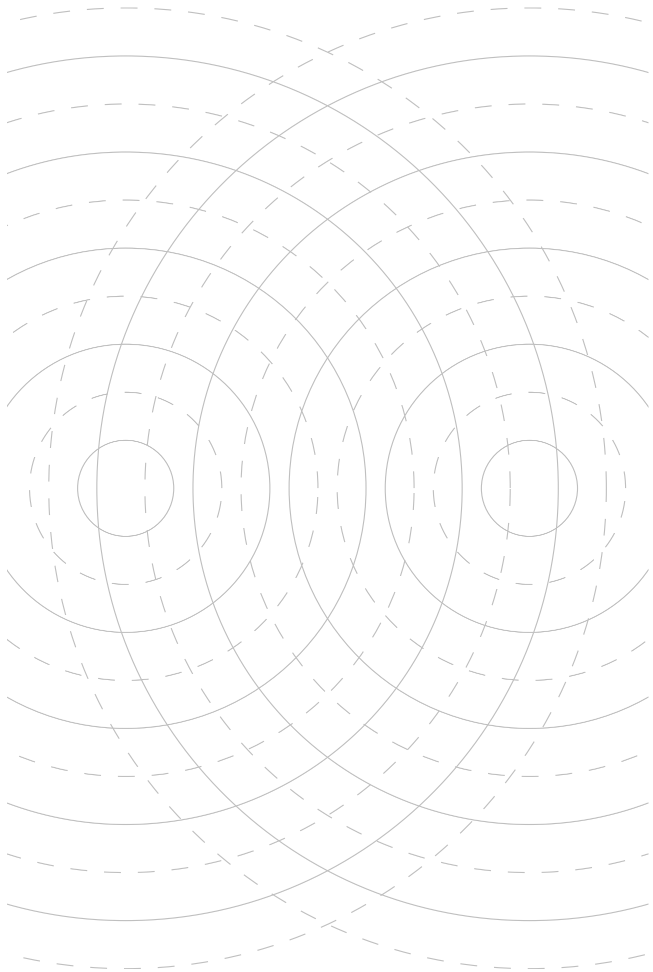
Conditions d'interférences

Les ondes ***synchrones*** de longueur d'onde λ émises par deux sources S_1 et S_2 ***en phase*** interfèrent :

- ***constructivement*** aux points M tels que $S_2M - S_1M = p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$
- ***destructivement*** aux points M tels que $S_2M - S_1M = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$

L'amplitude en interférences constructives (resp. destructives) est maximale (resp. minimale) si elles ont même amplitude X, elle vaut alors $2X$ (resp. 0).

Détermination graphique des interférences constructives



Fréquence de battement

Fréquence de battement

La somme de deux fonctions sinusoïdales $g_1(u)$ et $g_2(u)$ de fréquences ν_1 et ν_2 ***proches*** est une fonction ***quasi-périodique*** dont l'amplitude varie lentement. Dans le cas où g_1 et g_2 ont même amplitude g_0, la somme $g_1 + g_2$ peut être décrite comme :

- une sinusoïde à la ***fréquence moyenne*** $\nu_0 = (\nu_1 + \nu_2)/2$,
- dont l'amplitude oscille sinusoïdalement à la ***fréquence différence*** $\Delta\nu = |\nu_2 - \nu_1|$, d'autant plus faible que ν_2 et ν_1 sont proches.

Chemin optique

Définition : Chemin optique

Pour étudier la propagation, dans un milieu homogène d'indice n, d'une onde lumineuse on définit le ***chemin optique*** $\mathscr{L}_{M_1M_2}$ entre deux points M_1 et M_2 comme le produit :

$$\mathscr{L}_{M_1M_2} = nM_1M_2$$

Interférences et chemin optique

Déphasage et chemin optique

Pour une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ se propageant dans un milieu homogène d'indice n :

- on considère deux points M_1 et M_2 pouvant être atteints par un rayon lumineux se propageant selon la même direction et le même sens que l'onde ;
- la phase acquise par une onde lumineuse lors de sa propagation dans un milieu homogène d'indice n d'un point M_1 à un point M_2 est égale au quotient :

$$\Delta\varphi_{M_1M_2} = \frac{2\pi\mathscr{L}_{M_1M_2}}{\lambda}$$

Condition d'interférences

- les interférences entre les ondes empruntant différents chemins seront ***constructives*** (resp. ***destructives***) quand leurs ***différences de chemins optiques*** δ seront congrues à $0 \mod \lambda$ (resp. congrues à $\lambda/2 \mod \lambda$).
- dans le cas de l'expérience des trous d'Young, on aura donc des interférences :

  constructives pour $\delta = n(SA_2 + A_2M) - (SA_1 + A_1M) = 0 \mod \lambda$

  destructives pour $\delta = n(SA_2 + A_2M) - (SA_1 + A_1M) = \lambda/2 \mod \lambda$
- sur l'écran, le lieu des points contigus de même phase est nommé ***frange d'interférences***

Définition : Interfrange

On nomme ***interfrange***, noté δ, la distance séparant deux zones d'interférences constructives.

Dans l'expérience des trous d'Young, dans le plan $S; A_1; A_2$, elle vaut, pour $x \ll D$ et $a \ll D$:

$$i = \frac{\lambda D}{2na},$$

avec $2a$ la distance entre les trous.

Intensité lumineuse

Formule de Fresnel

On considère deux ondes lumineuses monochromatiques de même fréquence, d'intensité lumineuses respectives I_1 et I_2. En un point où leur déphasage est $\Delta\varphi$, l'intensité de l'onde totale est :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\Delta\varphi\right).$$

On nomme ***contraste*** de la figure d'interférences le quotient :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Exercice : Expérience des trous d'Young

On réalise une expérience de trous d'Young avec une source lumineuse de longueur d'onde dans le vide égale à $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$. L'écran est placé à une distance $D = 2{,}0\,\mathrm{m}$ du plan des deux trous qui sont identiques. On note x l'abscisse d'un point par rapport au centre de l'écran, dans la direction de l'axe des trous.

1. On mesure une interfrange de 0,5 mm. En déduire la distance $2a$ entre les trous.
2. En déduire l'allure de la courbe de l'intensité $I(x)$ sur l'écran.
3. Dans cette question, un des trous a un rayon deux fois plus faible que l'autre :
   (a) L'interfrange est-elle modifiée ?
   (b) Calculer le contraste et tracer la nouvelle allure de $I(x)$.

Interférences à l'infini

Interférences à l'infini

Dans une expérience de trous d'Young distants de $2a$ observée à l'infini, la ***différence de chemin optique*** dans la direction θ entre les deux sources vaut :

$$\delta = 2an\sin(\theta)$$

Cohérence temporelle

Définition : Temps et longueur de cohérence

Pour une source quasi-monochromatique de pulsation ω_0, le ***temps de cohérence*** $\Delta\tau_c$ caractérise la durée pendant laquelle on peut considérer que la phase φ évolue linéairement avec le temps. Pour t_1, t_2 tels que $t_2 - t_1 \ll \Delta\tau$, on a donc :

$$\varphi(t_2) - \varphi(t_1) \simeq \omega_0(t_2 - t_1).$$

Dans l'expérience des trous/fentes d'Young, on aura alors ***brouillage*** de la figure d'interférence quand la différence de marche entre les deux chemins n'est pas petite devant la « longueur de cohérence » $\ell_c = c\Delta\tau$.

Indispensable

Indispensable

- expressions de la phase d'une onde progressive régressive en fonction de x, t
- relations entre fréquence, période, pulsation, longueur d'onde et vitesse de phase pour une onde sinusoïdale
- déphasages remarquables
- principe de la décomposition en série de Fourier
- conditions sur les phases de deux ondes pour avoir des interférences constructives/destructives
- cône de diffraction
- chemin optique et déphasage
- dispositif des trous d'Young : calcul de l'interfrange
- formule de Fresnel de l'intensité