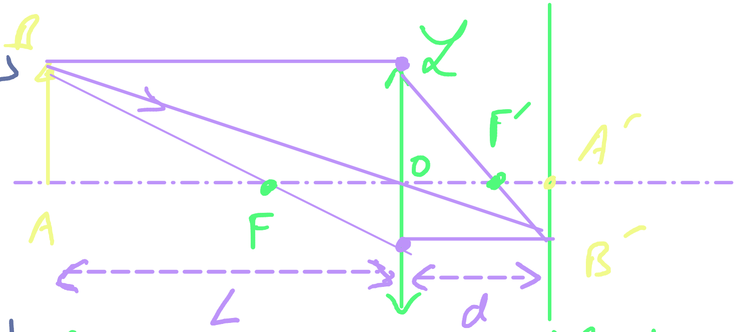
Dm 02 Optique

Problème 1

I-1 Les rayons doivent être paraxiaux ie $\begin{cases} \cdot \text{ proches de l'axe} \\ \cdot \text{ peu inclinés} \end{cases}$. Un faible diamètre du diaphragme et de capteur permettent de s'en assurer.

I-2-a



I-2-b Grandissement de Newton :

$$|\gamma| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'B'}{H} = \frac{f'}{FA} \quad \text{or } FA = L - f'$$

$$\rightarrow \boxed{A'B' = \frac{H f'}{L - f'} \underset{f' \ll H}{\simeq} \frac{H f'}{L} = 1{,}25(7)\text{ cm}}$$

I-3-a Pour $L \rightarrow +\infty$, l'image est au foyer image, soit $\boxed{d = f'}$

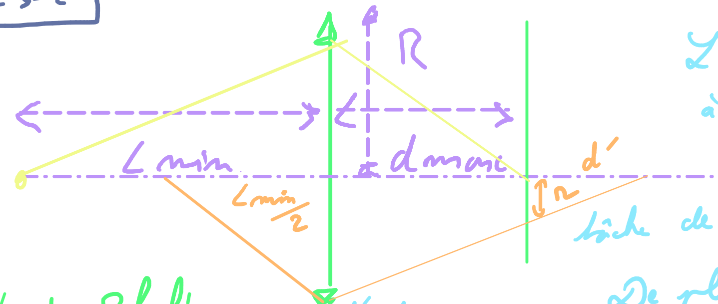
I-3-b On veut une image réelle, soit $\overline{OA'} > 0$, avec 1 objet réel, soit $\overline{OA} < 0$. La relation de conjugaison de Descartes assure :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\underset{\uparrow < 0}{\overline{OA}}} = \frac{1}{f'} \quad \text{ie} \quad \frac{1}{OA'} + \frac{1}{L} = \frac{1}{f'}$$

On a par ailleurs $d < d_{max}$, soit $\frac{1}{L} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{\overline{OA'}} > \frac{1}{f'} - \frac{1}{d_{max}}$, et donc :

$$\boxed{L > L_{min} = \frac{f' d_{max}}{\underset{\text{gde imprécision relative sur la différence.}}{d_{max} - f'}} = 55(10)\text{ cm}}$$

I-3-c



L'objet placé à $L_{min}/2$ produira une tâche de rayon r tel que, d'après Thalès, ① $\frac{d' - d_{max}}{d'} = \frac{r}{R}$. De plus, d'après Descartes,

② $\frac{1}{L_{min}} + \frac{1}{d_{max}} = \frac{1}{f'}$

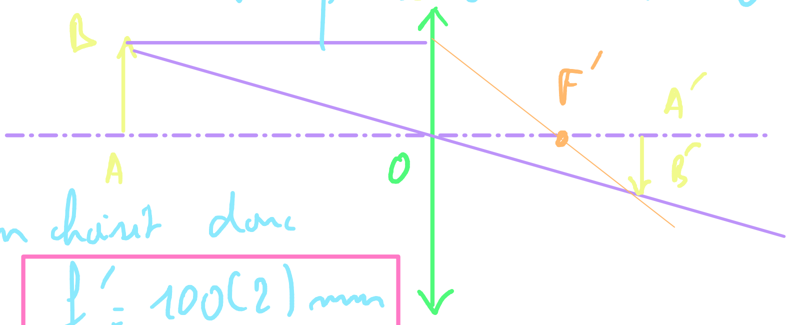
③ $\frac{2}{L_{min}} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f'}$

$\rightarrow$ ③ $\times d_{max}$ - $2\times$ ② $\rightarrow \frac{d_{max}}{d'} = 2 - \frac{d_{max}}{f'}$ ④

④ et ① $\boxed{\frac{r}{R} = \frac{d_{max}}{f'} - 1}$

II 1)

Il faut choisir la plus grande valeur de f' : $A'B'$ est d'autant plus grand que F' est loin de O



On choisit donc

$$\boxed{f'_a = 100(2)\,\text{mm}}$$

II 2a)

On calcule (Descartes)

$$\frac{1}{L_0} + \frac{1}{d_a} = \frac{1}{f'_a} \longrightarrow \boxed{d' = (101 \pm 7)\,\text{mm}}$$

et $A_aB_a = |\gamma_a|\, AB$ avec $|\gamma_a| = \dfrac{d_a}{L_0} = \dfrac{f'_a}{L_0 - f'_a}$

$$\rightarrow \boxed{A_aB_a = \frac{f'_a H}{L_0 - f'_a} = (25 \pm 1)\,\text{mm}}$$

II-2b)

Pour avoir $\dfrac{f'H}{L - f'} = (25 \pm 1)\,\text{mm} = h_a$

il aurait fallu

$$\boxed{L = f'\left(1 + \frac{H}{h_a}\right) = (10{,}1 \pm 0{,}5)\,\text{m}}$$

II-3)

Le mont St Michel occupe $\simeq \dfrac{4{,}0(2)}{13}$ ↖ 5% d'un capteur de $5{,}7(1)$ mm ↙ 5%

soit $\boxed{h_c \simeq 1{,}8(1)\,\text{mm}}$. Avec $L_c = 1{,}46(5)$ km ↖ 5%

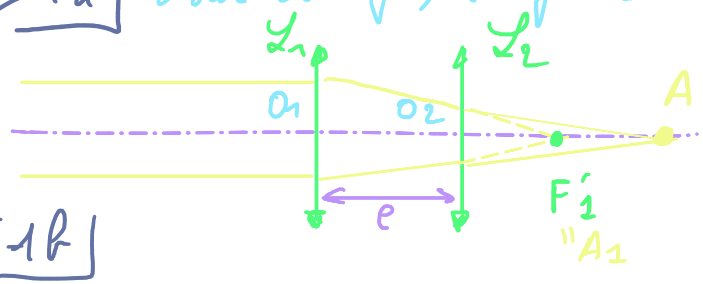
$$\boxed{H = h_c\left(\frac{L_c}{f'_c} - 1\right) = 1{,}4(1)\cdot 10^2\,\text{m}}$$

à 1% ↗ f'_c ↘ négligeable ↘ $\sqrt{2\times(5\%)^2 + (1\%)^2}$

c'est environ la hauteur documentée.

III 1a)

Pour $L_0 \gg f'_1$, l'objet est à l'infini ;



soit $\boxed{\overline{O_2A_1} = f'_1 - e}$

III 1b)

On a donc $\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} A_1$

Descartes :

$$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{avec } \overline{O_2F'_1} = f'_1 - e$$

(car $f'_2 = -|f'_2|$)

soit $$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{|f'_2| + e - f'_1}{|f'_2|(f'_1 - e)}$$

A_1 sera réelle si $\overline{O_2A_1} > 0$, i.e. $\dfrac{f'_1 - e}{|f'_2| + e - f'_1} > 0$

soit • $f'_1 - e > 0$ et $|f'_2| + e > f'_1$

ie $\underbrace{f'_1 - |f'_2|}_{5} < e < \underbrace{f'_1}_{10}$

ou • $f'_1 - e < 0$ et $|f'_2| + e < f'_1$ ← impossible

La valeur $\boxed{e = 8\text{ cm proposée convient}}$

III 2 a | On a $\boxed{d = O_2A_1 = \frac{|f'_2|(f'_1 - e)}{\underbrace{|f'_2|}_{5} + \underbrace{e}_{8} - \underbrace{f'_1}_{10}} = 3{,}3(5)\text{ cm}}$

III 2 b | On calcule :

$$\underbrace{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}_{\gamma_H} = \underbrace{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}}_{\gamma_1} \times \underbrace{\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}}_{\gamma_2}$$

Avec Descartes

① : $\gamma_1 = -\frac{f'_1}{L_0}$ (toujours pour $f'_1 \ll L_0$)

Avec Newton :

② $\gamma_2 = \frac{f'_2}{\overline{F_2F'_1}} = \frac{|f'_2|}{|f'_2| + e - f'_1}$ avec $\overline{F_2F'_1} = -|f'_2| + f'_1 - e$

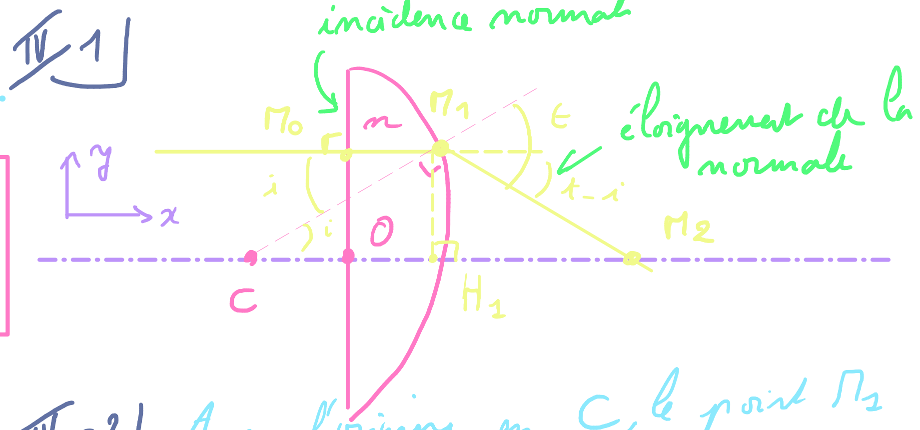
$$\boxed{\overline{A'B'} = H\gamma_1\gamma_2 = \frac{-\underbrace{H}_{5\text{ cm}}\,\underbrace{f'_1}_{10\text{ cm}}\,\underbrace{|f'_2|}_{5\text{ cm}}}{\underbrace{L_0}_{20\text{ m}}(|f'_2| + e - f'_1)} = -4{,}2(4)\text{ cm}}$$

Avec $f' = 100$ mm on obtient 1 taille de 2,5 cm

e+d = 113 mm " 4,2 cm.

On gagne 68 % de taille avec 13 % d'encombrement.

IV 1 |



IV-2 | Avec l'origine en C, le point M_1 a pour coordonnées $M_1 \begin{cases} x = R\cos i \\ y = R\sin i = h \end{cases}$

le point O a pour coordonnées $\begin{cases} x = R - e \\ y = 0 \end{cases}$

Le rayon a une pente $\frac{dy}{dx} = -\tan(t-i)$, il atteint donc l'axe $y = 0$ pour

$$(x_{M_2} - x_{H_1}) = \frac{h}{\tan(t-i)} = \frac{R\sin i}{\tan(t-i)}$$

$$\boxed{x_{M_2} = R\cos i - (R-e) + \frac{R\sin i}{\tan(t-i)}}$$

IV-2 b) Pour des petits angles
- $\sin i \simeq i$, $\cos i - 1 \ll 1$. On a
- $\tan(t-i) \simeq t-i$

donc $OM_2 \simeq e + \dfrac{Ri}{t-i} \simeq \dfrac{Ri}{t-i}$

car
- $\dfrac{Ri}{t-i}$ est de l'ordre de R pour $i \ll 1$ et $t \ll 1$
- $e \ll R$

IV-3-a) La réfraction en M_1 assure $n \sin i = \sin t$, soit $t \simeq n\,i$ pour $i \ll 1$ et donc $t \ll 1$.

On obtient $\boxed{OM_2 \simeq \dfrac{R}{n-1}}$. Cette expression étant indépendante de i, et donc du point M_0 (pour $h \ll R$), tous les rayons d'un faisceau collimaté parallèle à l'axe optique se focalisent au même point M_2 qui constitue le foyer image.

Remarque Il resterait 2 choses à vérifier pour s'assurer qu'on a bien modélisé une lentille mince :
- qu'on a le même comportement pour le foyer objet (toujours pour des rayons paraxiaux)
- qu'un rayon passant par O n'est pas dévié.

Les résultats s'établissent de manière similaire, sous les mêmes approximations.

IV-3 b) On veut $f_0' = \dfrac{R}{n-1}$ avec $n \simeq 1{,}5$

50 mm

soit $\boxed{R \simeq 25\ \text{mm}}$